



**7° CONGRESO IBEROAMERICANO DE INGENIERIA MECANICA
7° CONGRESSO IBEROAMERICANO DE ENGENHARIA MECANICA**
México D.F., 12 al 14 de Octubre de 2005

ANÁLISIS DINÁMICO DE UN EQUIPO DE ENSAYO DE AMORTIGUADORES

Zabalza I.*, Gil J.J., Ros J.

Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Pública de Navarra,
Campus Arrosadía s/nº, 31006 Pamplona, España

*izavi@unavarra.es:

RESUMEN

En este artículo se presenta la estructura de un equipo para el ensayo de la durabilidad de amortiguadores de automóvil, basada en dos mecanismos de pistón-biela-manivela, con el objetivo de realizar un estudio dinámico sobre dicho equipo de ensayo.

A continuación se expone el proceso de análisis mediante simulaciones dinámicas para diferentes valores de los parámetros ajustables del equipo de ensayo con el fin de obtener unas series de valores de fuerzas en las diferentes articulaciones del equipo y unas series de valores de pares en los motores y en los ejes del equipo que sirvan para un posterior estudio a fatiga de los diferentes componentes del equipo.

Finalmente se presenta un ejemplo numérico de barrido de simulaciones dinámicas del que obtienen unas series de valores de posiciones, velocidades, aceleraciones, fuerzas y pares y se extraen unas conclusiones como el acoplamiento del giro de los dos motores asíncronos que actúan en el equipo de ensayo cuando sus velocidades de giro están próximas o próximas a ser una múltiplo de la otra y su influencia en las series de valores de fuerzas y pares.

PALABRAS CLAVE: Síntesis y análisis de mecanismos, Diseño de elementos de máquinas

INTRODUCCIÓN

Los amortiguadores de un automóvil, en funcionamiento normal, están sometidos a dos sollicitaciones: Una producida por la rueda de pequeña carrera y alta frecuencia y otra producida por la carrocería de mayor carrera y baja frecuencia.

Para someter a los amortiguadores a unas sollicitaciones similares a las que experimentarían durante su funcionamiento normal instalados en el vehículo, el equipo de ensayo está formado por dos mecanismos de pistón-biela-manivela, Figura 1. El amortiguador a ensayar "8" se coloca montado entre los dos pistones.

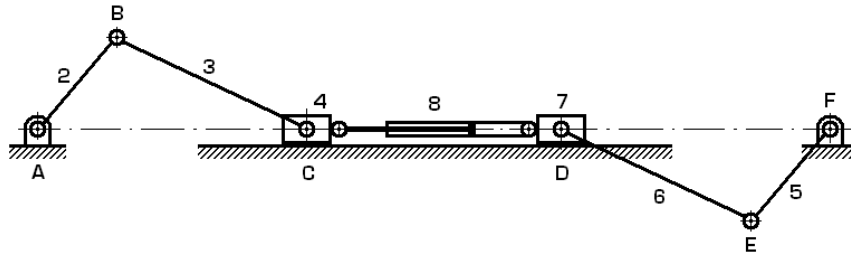


Fig. 1: Equipo de ensayo de amortiguadores

El movimiento al equipo se introduce por medio de dos conjuntos de motor-variador-reductor acoplados en los ejes "A" y "F", y que hacen girar a las manivelas "2" y "5".

Los motores eléctricos son trifásicos y asíncronos. Las velocidades de giro de las manivelas se pueden variar y reducir a partir de las velocidades de giro de los motores por medio de los variadores y reductores de velocidad.

Las longitudes de las manivelas "2" y "5" son regulables, con lo que se consigue unas variaciones en las carreras de los pistones "4" y "7" sobre los que se ensambla el amortiguador a ensayar.

Tal como está diseñado el equipo, se puede someter al amortiguador a una sollicitación que es la superposición de dos movimientos: Uno de pequeño desplazamiento y alta frecuencia similar al movimiento de la rueda y otro de gran desplazamiento y baja frecuencia similar al movimiento de la carrocería, introducido cada uno de ellos por un mecanismo de pistón-biela-manivela.

El equipo de ensayo está dispuesto en forma vertical, con el eje "A" en la parte superior y el eje "F" en la inferior.

PROCESO DE ANÁLISIS DINÁMICO

Análisis cinemático

El análisis cinemático comprende el estudio de la posición, velocidad y aceleración de los pistones del equipo de ensayo en función de las velocidades y aceleraciones angulares de las manivelas y de las longitudes de las bielas y manivelas.

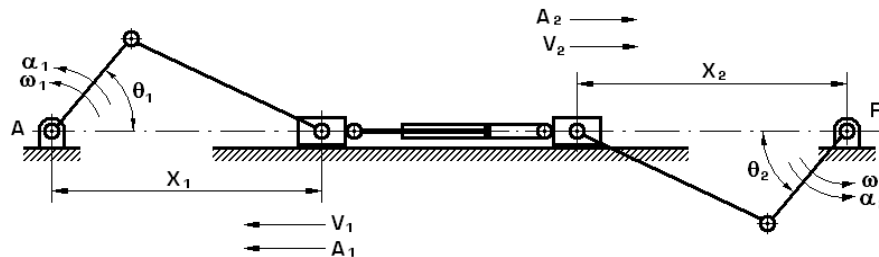


Fig. 2: Nomenclatura y acotación del equipo de ensayo

De acuerdo con la acotación expuesta en la figura 2, la posición, velocidad y aceleración del pistón serán:

$$X_i = R_i \cdot \cos(\theta_i) + \sqrt{L_i^2 - R_i^2 \cdot \sin^2(\theta_i)} \quad (1)$$

$$V_i = \omega_i \cdot R_i \cdot \text{sen}(\theta_i) + \frac{\omega_i \cdot R_i^2 \cdot \text{sen}(\theta_i) \cdot \cos(\theta_i)}{\sqrt{L_i^2 - R_i^2 \cdot \text{sen}^2(\theta_i)}} \quad (2)$$

$$A_i = \alpha_i \cdot R_i \cdot \text{sen}(\theta_i) + \omega_i^2 \cdot R_i \cdot \cos(\theta_i) + \frac{\alpha_i \cdot R_i^2 \cdot \text{sen}(\theta_i) \cdot \cos(\theta_i)}{\sqrt{L_i^2 - R_i^2 \cdot \text{sen}^2(\theta_i)}} + \frac{\omega_i^2 \cdot R_i^2 \cdot [\cos^2(\theta_i) - \text{sen}^2(\theta_i)]}{\sqrt{L_i^2 - R_i^2 \cdot \text{sen}^2(\theta_i)}} + \frac{\omega_i^2 \cdot R_i^4 \cdot \text{sen}^2(\theta_i) \cdot \cos^2(\theta_i)}{\sqrt{[L_i^2 - R_i^2 \cdot \text{sen}^2(\theta_i)]^3}} \quad (3)$$

Siendo “R” la longitud de la manivela y “L” la longitud de la biela, (i = 1, 2).

Análisis dinámico

Para realizar el análisis dinámico del equipo de ensayo se tienen en cuenta los puntos siguientes:

- a) El par instantáneo de los motores eléctricos asíncronos, función del deslizamiento del campo magnético, obtenido de la curva de par del catálogo del fabricante, según Zabalza [1]:

$$TM_i = \frac{a_i \cdot S_i^3 + b_i \cdot S_i}{c_i \cdot S_i^4 + d_i \cdot S_i^2 + 1} \quad (4)$$

$$S_i = \frac{\omega_{si} - \omega_{mi}}{\omega_{si}} \quad (5)$$

El par motor reducido al eje de la manivela será:

$$T_i = TM_i \cdot I_i \quad (6)$$

Siendo “a”, “b”, “c” y “d” constantes para cada motor. “S” deslizamiento del campo magnético. “ ω_s ” y “ ω_m ” velocidad angular de sincronismo y velocidad angular instantánea del motor respectivamente, “I” relación de reducción entre el motor y el eje de la manivela. (i = 1, 2).

- b) Los momentos de inercia de los rotores de los motores eléctricos “JM”, de los ejes de entrada y de salida de los variadores y reductores “JEV”, “JSV”, “JEr”, “JSr”, de los platos de acoplamiento a la salida de los reductores “JP”, de las manivelas “JMa” y de la mitad de la masa de la biela considerada en el extremo de la manivela. Los momentos de inercia de estos conjuntos reducidos a los ejes de las manivelas correspondientes serán:

$$J_i = (JM_i + JEV_i) \cdot I_i^2 + (JSV_i + JEr_i) \cdot Ir_i^2 + JSr_i + JP_i + JMa_i + MB_i \cdot R_i^2 / 2 \quad (7)$$

Siendo “I” relación de reducción entre el motor y el eje de la manivela, “Ir” relación de reducción del reductor, “MB” masa de la biela y “R” radio de la manivela. (i = 1, 2).

- c) Las fuerzas “FA” de tracción o compresión ejercidas por los amortiguadores a ensayar:

$$F_t = e \cdot V_r + f \quad (8)$$

$$F_c = h \cdot V_r + k \quad (9)$$

Siendo “FA” la fuerza que ejercen los amortiguadores, “e”, “f”, “h” y “k” constantes para el amortiguador y “ V_r ” la velocidad relativa de los pistones, la cual se calcula como suma de las velocidades de los pistones. Cuando “ V_r ” es positiva la fuerza es de tracción, en caso contrario de compresión.

- d) Las fuerzas de inercia y de gravedad debidas a las masas de los pistones y la mitad de las masas de las bielas consideradas en los pistones:

$$FI_i = (MP_i + MB_i / 2) \cdot A_i \quad (10)$$

$$FG_i = (MP_i \pm MB_i / 2) \cdot g \quad (11)$$

Siendo “MP” masa del pistón, “MB” masa de la biela, “A” aceleración del pistón y “g” aceleración de la gravedad.

- e) Las fuerzas de gravedad debidas a la mitad de las masas de las bielas consideradas en los extremos de las manivelas.

$$FM_i = g \cdot MB_i / 2 \quad (12)$$

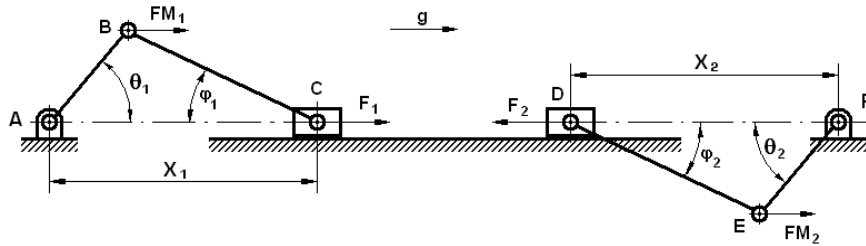


Fig. 3: Fuerzas en el equipo de ensayo

De acuerdo con la figura 3 se tiene:

La fuerza vertical “F₁” en el punto “C” debida a la fuerza de los amortiguadores “FA”, a la fuerza de inercia “FI₁” y a la fuerza de gravedad “FG₁”.

$$F_1 = FA + FI_1 + FG_1 \quad (13)$$

La fuerza vertical “F₂” en el punto “D” debida a la fuerza de los amortiguadores “FA”, a la fuerza de inercia “FI₂” y a la fuerza de gravedad “FG₂”.

$$F_2 = FA + FI_2 - FG_2 \quad (14)$$

La fuerza vertical “FM₁” en el punto “B” y la fuerza vertical “FM₂” en el punto “E”.

Teniendo en cuenta las fuerzas que actúan en el equipo de ensayo, los pares resistentes en los ejes de las manivelas serán:

$$Tr_1 = F_1 \cdot \text{tg}\phi_1 \cdot X_1 + FM_1 \cdot R_1 \cdot \sin \theta_1 \quad (15)$$

$$Tr_2 = F_2 \cdot \text{tg}\phi_2 \cdot X_2 - FM_2 \cdot R_2 \cdot \sin \theta_2 \quad (16)$$

Finalmente, estudiando la dinámica de los ejes de las manivelas, se obtienen las correspondientes aceleraciones angulares:

$$\alpha_i = \frac{T_i - Tr_i}{J_i} \quad (17)$$

Simulación dinámica

Partiendo de unas condiciones iniciales con $\theta_1, \theta_2, \omega_1$ y $\omega_2 = 0$, con la ecuación (17) se calculan las aceleraciones angulares de los ejes de las manivelas. Con las aceleraciones angulares se determinan las nuevas velocidades angulares y con éstas las nuevas posiciones angulares:

$$\omega_{i(j+1)} = \omega_{i(j)} + \alpha_{i(j)} \cdot \Delta t \quad (18)$$

$$\theta_{i(j+1)} = \theta_{i(j)} + \omega_{i(j)} \cdot \Delta t \quad (19)$$

Para ($i = 1, 2$).

Siguiendo un proceso iterativo para ($j = 1, \dots, n$) y despreciando los valores correspondientes al transitorio de arranque de los motores eléctricos, se obtienen unas series de valores de posición, velocidad, aceleración de los pistones, posición, velocidad y aceleración angulares de los ejes de las manivelas, fuerzas en los diferentes puntos y momentos de los motores y en los diferentes ejes del equipo de ensayo.

EJEMPLO NUMÉRICO

Como ejemplo se toma un equipo formado por un mecanismo de pistón-biela-manivela superior formado por un motor de 7.5 Kw. de 1500 r.p.m. de velocidad de sincronismo, un variador y un reductor que suministran una reducción comprendida entre 8 y 48, una manivela regulable entre 0 y 90 mm., una biela de 0.4 metros de longitud y un carro (pistón) de 80 Kg. y un mecanismo de pistón-biela-manivela inferior formado por un motor de 15 Kw. de 1500 r.p.m. de velocidad de sincronismo, un variador y un reductor que producen una reducción comprendida entre 1.55 y 9.35, una manivela regulable entre 0 y 40 mm., una biela de 0.25 metros de longitud y un carro (pistón) de 50 Kg.

Entre los dos carros se colocan para su ensayo 6 amortiguadores cuyas características fuerza velocidad para tracción y compresión son las siguientes:

$$F_t = 4233.5 \cdot V_r + 1100 \text{ N.} \quad (20)$$

$$F_c = 1180.4 \cdot V_r + 415 \text{ N.} \quad (21)$$

Se toma una reducción de 9 y una carrera de 60 mm. para el mecanismo inferior y por medio de un programa en Matlab se hace un barrido de simulaciones dinámicas para reducciones desde 8 hasta 49 con una carrera de 80 mm. del mecanismo superior. La duración de cada simulación dinámica es de 60 segundos con un incremento de 0.001 segundos, despreciándose los diez primeros para eliminar el transitorio de arranque de los motores.

Con el fin de comparar resultados se realiza un barrido de simulaciones dinámicas similar a la anterior pero con el motor inferior detenido.

En cada simulación se obtienen unas series de valores de posición, velocidad, aceleración de los pistones, posición, velocidad y aceleración angulares de los ejes de las manivelas, fuerzas en los diferentes puntos y momentos de los motores y en los diferentes ejes del equipo.

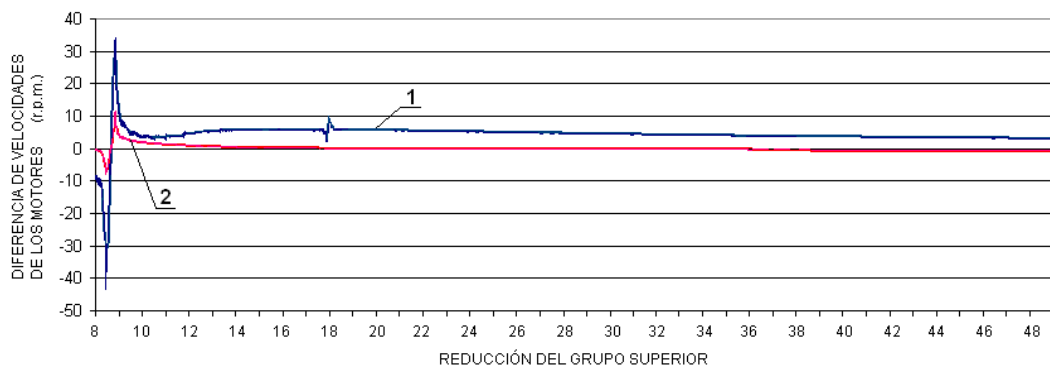


Fig. 4 Influencia entre los dos motores del equipo

Para analizar la información obtenida y determinar la influencia entre los dos motores se calculan las velocidades medias de los dos motores en cada simulación dinámica y se calculan las diferencias de velocidades angulares medias del motor superior con el motor inferior en marcha y parado, (curva 1) de la figura 4. También se determina la diferencia entre la velocidad angular media de una simulación y la media de todas las simulaciones para el motor inferior, (curva 2).

Como puede apreciarse en la figura 4 aparece una diferencia apreciable entre las velocidades angulares medias cuando la reducción del grupo superior coincide la del grupo inferior (9) y una pequeña distorsión cuando la reducción del grupo superior es el doble (18) de la reducción del grupo inferior.

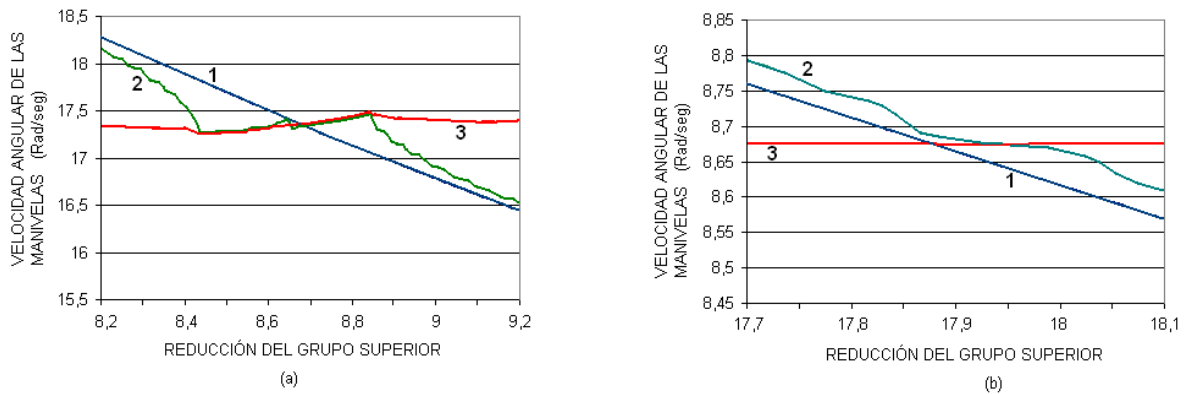


Figura 5 Sincronización de los dos motores del equipo

En la figura 5 se aprecia la sincronización de las manivelas. Las curvas “1” representan la velocidad angular de la manivela superior con el motor inferior detenido, las curvas “2” representan la velocidad angular de la manivela superior con el motor inferior funcionando.

En la parte (a) la curva “3” representa la velocidad angular de la manivela inferior. Se observa una total sincronización entre reducciones del grupo superior comprendidas entre 8,4 y 8,8.

En la parte (b) la curva “3” representa la mitad de la velocidad angular de la manivela inferior. Se observa una ligera sincronización entre reducciones del grupo superior comprendidas entre 17,85 y 18,05, aproximadamente el doble de la reducción del grupo inferior.

El hecho de que la sincronización en el caso (a) se produzca para una reducción de “9” del grupo inferior y una reducción de entre 8,4 y 8,8 del grupo superior es debida a que el motor superior gira con menor velocidad angular que el motor inferior ya que es de menor potencia y la carrera del pistón correspondiente es mayor.

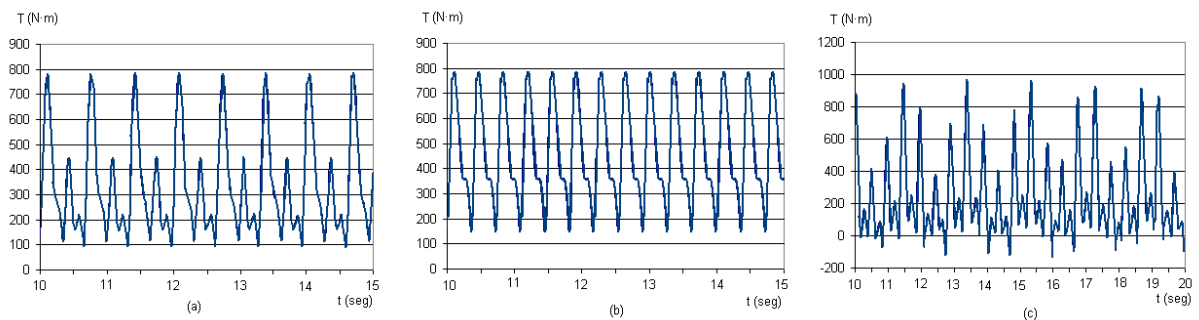


Fig. 6 Secuencias de valores del par en la manivela superior

Al realizar un barrido de simulaciones dinámicas para las diferentes relaciones de reducción del grupo pistón-biela-manivela superior, se obtienen unas secuencias de fuerzas en las diferentes articulaciones y de pares de los motores y en los diferentes ejes del equipo.

En la figura 6 se representan, como ejemplo, las series de pares en el eje de la manivela superior para unas simulaciones dinámicas: La parte (a) representa la serie de pares cuando la relación de reducción del grupo superior es el doble de la del inferior. En la parte (b) está representada la serie de pares cuando la relación de reducción es la

misma para los grupos superior e inferior. Y finalmente en la parte (c) se representa una serie de pares para unas relaciones de reducción arbitrarias.

En este trabajo se han realizado también varias simulaciones dinámicas del equipo para diferentes velocidades angulares de las manivelas y diferentes carreras de los pistones, por medio del programa de análisis de sistemas multicuerpo 3D_MEC_MATLAB desarrollado por los autores [2-4], obteniéndose los mismos resultados que con el programa desarrollado expresamente para esta aplicación.

En la figura 7 se representan los pares medios del motor superior obtenidos con el programa 3D_MEC_MATLAB haciendo un barrido para las velocidades de las manivelas superior e inferior. Se aprecia las distorsiones del par en las zonas en que se produce sincronismo de giro de las manivelas.

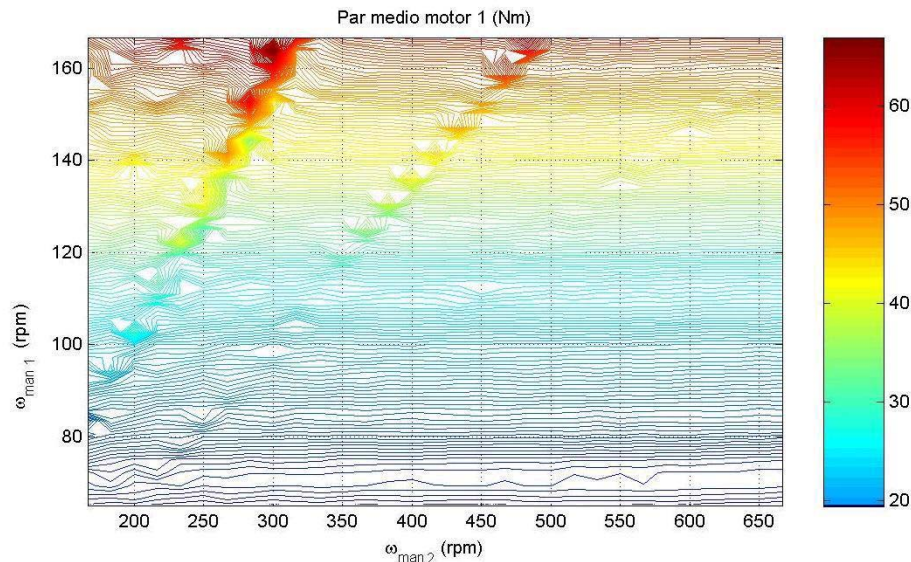


Fig. 7 Distorsión del valor del par del motor superior en las zonas de sincronización

CONCLUSIONES

Al realizar simulaciones dinámicas del equipo de ensayo de amortiguadores, se han obtenido unas secuencias de fuerzas y pares más reales que los obtenidos considerando que los motores giran a velocidad constante y realizando por lo tanto un análisis de dinámica inversa.

Las secuencias de fuerzas y pares obtenidos son muy útiles para realizar el estudio a fatiga de los diferentes componentes del equipo.

Cuando las frecuencias de giro de las manivelas están próximas, se produce un acoplamiento apreciable del giro de dichas manivelas, obteniéndose unas secuencias muy cortas de fuerzas y pares.

Cuando las frecuencias de giro de las manivelas están próximas a ser una múltiplo de la otra, también se produce un ligero acoplamiento de giro, obteniéndose unas secuencias cortas de fuerzas y pares.

Cuando las frecuencias de giro de las manivelas no están próximas ni tampoco próximas a ser una múltiplo de la otra, se obtienen unas secuencias de fuerzas y pares aleatorias.

La sincronización del giro de las manivelas aumenta cuando se asemejan las carreras de los pistones de los dos mecanismos de pistón-biela-manivela.

REFERENCIAS

1. I. Zabalza, Síntesis Cinemática y Dinámica de Mecanismos. Manipulador Paralelo 6-RKS, Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra, Pamplona, Navarra, España, 1999.
2. J. Ros, J.M. Pintor, I. Zabalza, 3D_MEC: Un Programa para el Análisis Numérico, Simbólico y Gráfico en Mecánica Vectorial y Analítica. PARTE 1: Presentación, *XIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Terrassa (España)*, pp. 129-134, diciembre de 1998.

3. J. Ros, J.M. Pintor, I. Zabalza, 3D_MEC: Un Programa para el Análisis Numérico, Simbólico y Gráfico en Mecánica Vectorial y Analítica. PARTE 2: Aplicaciones, *XIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Terrassa (España)*, pp. 136-142, diciembre de 1998.
4. J. Gil, Preprocesador para la Simulación Dinámica de Sistemas Multicuerpo Basado en Álgebra Simbólica, Tesis Doctoral, Universidad Pública de Navarra, Pamplona, Navarra, España, 2005.

UNIDADES Y NOMENCLATURA

A	aceleración del pistón (m/seg ²)
a	coeficiente de la curva característica par-deslizamiento del motor (adimensional)
b	coeficiente de la curva característica par-deslizamiento del motor (adimensional)
c	coeficiente de la curva característica par-deslizamiento del motor (adimensional)
d	coeficiente de la curva característica par-deslizamiento del motor (adimensional)
e	coeficiente de la curva característica fuerza-velocidad del amortiguador a tracción (adimensional)
F	fuerza vertical en el bulón del pistón (N)
FA	fuerza de los amortiguadores (N)
F _c	fuerza de compresión de los amortiguadores (N)
FG	fuerza de gravedad del pistón y de la mitad de la biela (N)
FI	fuerza de inercia del pistón y de la mitad de la biela (N)
FM	fuerza de gravedad de media biela en el extremo de la manivela (N)
F _t	fuerza de tracción de los amortiguadores (N)
f	coeficiente de la curva característica fuerza-velocidad del amortiguador a tracción (adimensional)
g	aceleración de la gravedad (m/seg ²)
h	coeficiente de la curva característica fuerza-velocidad del amortiguador a compresión (adimensional)
I	relación de reducción del motor a la manivela (adimensional)
Ir	relación de reducción del reductor (adimensional)
J	Momento de inercia reducido al eje de la manivela (Kg·m ²)
JE _r	momento de inercia del eje de entrada del reductor (Kg·m ²)
JE _V	momento de inercia del eje de entrada del variador (Kg·m ²)
JM	momento de inercia del rotor del motor (Kg·m ²)
JM _a	momento de inercia del eje de la manivela (Kg·m ²)
JP	momento de inercia del plato de acoplamiento (Kg·m ²)
JS _r	momento de inercia del eje de salida del reductor (Kg·m ²)
JS _V	momento de inercia del eje de salida del variador (Kg·m ²)
k	coeficiente de la curva característica fuerza-velocidad del amortiguador a compresión (adimensional)
L	longitud de la biela (m)
MB	masa de la biela (Kg)
MP	masa del pistón (Kg)
R	radio de la manivela (m)
S	deslizamiento del campo magnético del motor (adimensional)
T	par motor reducido al eje de la manivela (N.m)
TM	par motor (N.m)
Tr	par resistente en el eje de la manivela (N·m)
V	velocidad del pistón (m/seg)
V _r	velocidad relativa de los pistones (m/seg)
X	posición del pistón (m)
α	aceleración angular de la manivela (rad/seg ²)
Δt	incremento de tiempo (seg)
φ	ángulo de posición de la biela (rad)
θ	ángulo de posición de la manivela (rad)
ω	velocidad angular de la manivela (rad/seg)
ω_m	velocidad angular instantánea del motor (r.p.m.)
ω_s	velocidad angular de sincronismo del motor (r.p.m.)