

Sensibilidad de posición de la plataforma móvil respecto de las longitudes de las bielas en un manipulador paralelo tipo 6-RUS

J. Aginaga García, I. Zabalza Villava, J.J. Gil Soto

*Universidad Pública de Navarra, Dpto. Ingeniería Mecánica, Energética y de Materiales, Campus Arrosadía s/n, 31006 Pamplona (España);
Tlfn: 948169631; Fax: 948169099; aginaga.28836@e.unavarra.es*

Resumen

En el presente trabajo se analiza el efecto que en la posición de la plataforma móvil de un manipulador paralelo tienen las deformaciones producidas en las bielas. Estas deformaciones son debidas a los esfuerzos de tracción/compresión que soportan dichas bielas. Para realizar el estudio, se utiliza el método propuesto por García de Jalón y Bayo, mediante el cual y a través de unas ecuaciones de restricción geométrica y unos parámetros de diseño, se obtiene la sensibilidad de posición de determinados puntos de la plataforma móvil. El manipulador paralelo es del tipo 6-RUS, con 6 actuadores giratorios que accionan 6 manivelas, unidas mediante juntas universales a bielas que a su vez están unidas mediante juntas esféricas a la plataforma móvil. Se analiza la sensibilidad de posición para las 64 configuraciones estacionarias que posee el mecanismo.

Palabras Clave: Manipulador paralelo, configuraciones estacionarias, sensibilidad.

Abstract

This article describes the effect that the variation of the length of the rod has on the position of the mobile platform in a parallel manipulator. This variation of length of the rod is caused by the traction or compression stress that the tie rod is strained to. Using the method described by García de Jalón and Bayo, the study obtains the position sensitivity of 3 reference points of the mobile platform. The parallel manipulator is the one proposed by Hunt, which has 6 degrees of freedom, and 6 rotating actuators. The analysis will be made for the 64 stationary configurations that the mechanism has.

Keywords: Parallel manipulator, stationary configurations, sensitivity.

1. Introducción

En este estudio se trabaja con un manipulador paralelo tipo 6-RUS propuesto por Hunt [1]. Dicho manipulador consta de dos plataformas triangulares. Sobre la primera de ellas, que es fija, están montados seis actuadores giratorios cuyos ejes se hallan sobre los lados de un triángulo. La manivela de cada actuador está conectada a una biela mediante una junta cardan, y la biela a su vez está acoplada a la plataforma móvil mediante una junta esférica, Figura 1.

El objetivo principal de este estudio es determinar la variación que se produce en la posición de la plataforma móvil, debido a las variaciones de las longitudes de las bielas. Estas bielas estarán sometidas a esfuerzos de tracción y de compresión, los cuales generarán pequeñas deformaciones en las mismas, que llevarán a una pérdida de precisión en la ubicación de la plataforma móvil. El estudio calcula el efecto de dichas deformaciones, estableciendo así la verdadera posición de la plataforma.

2. Estudio de sensibilidad

Una forma de representar un mecanismo, es mediante sus ecuaciones de limitación o restricción, las cuales tienen la siguiente forma:

$$\Phi(q,b,t)=0 \quad (1)$$

donde “q” son las coordenadas naturales del mecanismo, “b” los parámetros de diseño, y “t” el tiempo.

Para calcular la sensibilidad de posición, se seguirá el método propuesto por García de Jalón y Bayo [2]. En primer lugar, se calcula la posición del mecanismo para unos determinados datos de entrada, y después se derivan las ecuaciones de limitación respecto de los parámetros de diseño, obteniéndose:

$$\Phi_q \cdot q_b + \Phi_b = 0 \quad (2)$$

donde “ Φ_q ” es la derivada parcial de las ecuaciones de restricción respecto al vector de coordenadas, “ Φ_b ” la matriz de derivadas de las ecuaciones de restricción del sistema respecto a los parámetros de diseño, y “ q_b ” representa la sensibilidad de posición respecto de los parámetros de diseño.

$$q_b = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial b_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial q_1}{\partial b_m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial q_n}{\partial b_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial q_n}{\partial b_m} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\Phi_b = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_1}{\partial b_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial \Phi_1}{\partial b_m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial \Phi_p}{\partial b_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial \Phi_p}{\partial b_m} \end{bmatrix} \quad (4)$$

siendo “n” el número de ecuaciones de coordenadas, “m” el número de parámetros de diseño y “p” el número de ecuaciones de restricción. Resolviendo el sistema de ecuaciones (2), se obtendrá el valor de la sensibilidad de posición del mecanismo.

3. Aplicación al manipulador paralelo

El manipulador paralelo considerado, tiene 6 grados de libertad y el vector Φ de las ecuaciones de limitación consta de 9 ecuaciones con 15 incógnitas. Los datos de entrada necesarios para la resolución del sistema, son los ángulos de las 6 manivelas. Se muestra en la Figura 1 una representación gráfica del manipulador paralelo, en la que se indican sus puntos característicos.

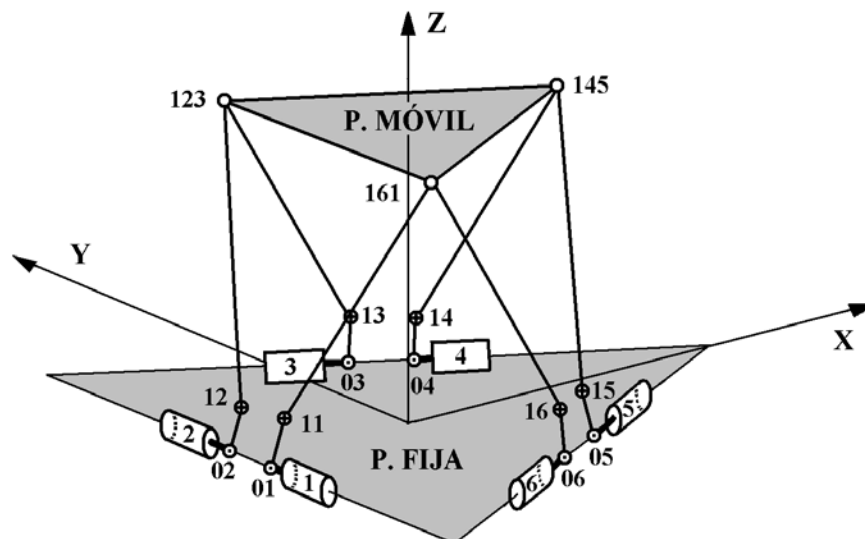


Figura 1. Puntos característicos del Manipulador paralelo 6-RUS

Para resolver el problema de posición, las ecuaciones de restricción utilizadas, son las siguientes:

$$\Phi = \begin{bmatrix} (x_{161} - x_{11})^2 + (y_{161} - y_{11})^2 + (z_{161} - z_{11})^2 - L_1^2 \\ (x_{123} - x_{12})^2 + (y_{123} - y_{12})^2 + (z_{123} - z_{12})^2 - L_2^2 \\ (x_{123} - x_{13})^2 + (y_{123} - y_{13})^2 + (z_{123} - z_{13})^2 - L_3^2 \\ (x_{145} - x_{14})^2 + (y_{145} - y_{14})^2 + (z_{145} - z_{14})^2 - L_4^2 \\ (x_{145} - x_{15})^2 + (y_{145} - y_{15})^2 + (z_{145} - z_{15})^2 - L_5^2 \\ (x_{161} - x_{16})^2 + (y_{161} - y_{16})^2 + (z_{161} - z_{16})^2 - L_6^2 \\ (x_{161} - x_{123})^2 + (y_{161} - y_{123})^2 + (z_{161} - z_{123})^2 - a_{12}^2 \\ (x_{145} - x_{123})^2 + (y_{145} - y_{123})^2 + (z_{145} - z_{123})^2 - a_{34}^2 \\ (x_{145} - x_{161})^2 + (y_{145} - y_{161})^2 + (z_{145} - z_{161})^2 - a_{56}^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

donde “ L_i ” es la longitud de la biela “ i ”, y “ a_{ij} ” es la longitud del lado de la plataforma superior a cuyos extremos llegan las bielas “ i ” y “ j ”. Los puntos “ x_{1i} ” se obtienen previamente a partir de los ángulos de entrada en las manivelas. Puesto que se trata de un sistema de ecuaciones no lineal, es necesario para su resolución el uso de un método numérico. Así, se resuelve el sistema aplicando el método iterativo de Newton-Raphson.

Una vez resuelto el problema de posición, se procede al estudio de la sensibilidad, que se realizará según la ecuación (2) anteriormente citada. Los parámetros de diseño considerados son las longitudes de las bielas.

El estudio de sensibilidad se realizará en las 64 configuraciones estacionarias que posee el manipulador paralelo. En estas configuraciones, la plataforma superior permanece inmóvil independientemente del movimiento de los actuadores, tal como expone Zabalza [3]. Para cada una de ellas, se resuelve la sensibilidad de posición, y se obtiene la siguiente matriz de sensibilidad:

$$q_b = \left[\frac{\partial q}{\partial b} \right] \quad (6)$$

con $q = [x_{123}, y_{123}, z_{123}, x_{145}, y_{145}, z_{145}, x_{161}, y_{161}, z_{161}]^T$ y $b = [L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6]^T$

El error de posición “ δq ” se obtiene de la siguiente manera:

$$\delta q = q_b \cdot \delta L \quad (7)$$

donde δL los desplazamientos en las bielas.

Para conocer dichos desplazamientos, se deberá resolver el problema estático, puesto que se supone que el manipulador no está en movimiento.

En el problema estático puede haber fuerzas exteriores aplicadas en distintos puntos de la plataforma móvil. En su resolución, se obtienen los pares necesarios para que el mecanismo permanezca inmóvil en la correspondiente configuración estacionaria.

Se ha resuelto el caso en el que hay fuerzas unitarias aplicadas en los vértices de la plataforma móvil, aplicando la ecuación (8).

$$M\ddot{q} + \Phi_q^T \cdot \lambda = Q \quad (8)$$

donde $\ddot{q} = 0$, puesto que se trata del problema estático, y “Q” son las fuerzas exteriores.

Los multiplicadores de Lagrange, λ , son proporcionales a la fuerza que actúa sobre la restricción a la que hacen referencia, de tal forma que:

$$T_i = 2 \cdot \lambda_i \cdot L_i \quad (9)$$

Siendo “ T_i ” la fuerza a tracción o compresión a la que está sometida la biela [4].

Conocida la fuerza a tracción o compresión de la biela, los desplazamientos en las bielas se obtienen a través de la Ley de Hooke:

$$\sigma_i = E \cdot \varepsilon_i = E \cdot \delta L_i / L_i \quad (10)$$

Despejando esta expresión para cada δL_i , y llevándolos a (7), se obtienen los desplazamientos en las coordenadas naturales, que son los vértices de la plataforma móvil.

4. Resultados

Habiendo realizado el cálculo para las 64 configuraciones estacionarias [5], se muestra a continuación una tabla con los valores medios, máximos y mínimos de las variaciones de posición.

Tabla 1. Variaciones en la posición de la plataforma móvil

	$\Delta x_{123}(\mu m)$	$\Delta y_{123}(\mu m)$	$\Delta z_{123}(\mu m)$	$\Delta x_{145}(\mu m)$	$\Delta y_{145}(\mu m)$	$\Delta z_{145}(\mu m)$	$\Delta x_{161}(\mu m)$	$\Delta y_{161}(\mu m)$	$\Delta z_{161}(\mu m)$
Media	-0,10210	-0,10281	-0,00522	-0,10293	-0,10236	0,00644	-0,10218	-0,10202	-0,03705
Máximo	-0,07230	-0,06140	0,02142	-0,06820	-0,05880	0,03644	-0,06960	-0,06450	0,00078
Mínimo	-0,12170	-0,13380	-0,04177	-0,12230	-0,13790	-0,03787	-0,12400	-0,13200	-0,09964
Rango	0,04940	0,07240	0,06319	0,05410	0,07910	0,07431	0,05440	0,06750	0,10042

5. Conclusiones

El estudio de sensibilidad realizado ha permitido obtener una valoración de la influencia que la deformación elástica de las bielas tiene sobre la posición exacta de la plataforma móvil.

Se observa que el rango de variación es de centésimas de micrómetro, siendo el error medio cercano a la décima de micrómetro en la mayoría de los casos. Se entiende que en estos resultados la media no debe ser cercana a cero, puesto que están calculados para fuerzas generalizadas unitarias aplicadas todas ellas en el sentido positivo del sistema de referencia descrito en la Figura 1.

Con el estudio se ha determinado cual es la posición real de la plataforma móvil, en función de la longitud de las bielas, para todas las configuraciones estacionarias.

Se ha puesto de manifiesto que la sensibilidad de posición de la plataforma móvil depende de las fuerzas aplicadas en dicha plataforma y de la posición de la misma dentro del espacio de trabajo. Se ha deducido que la aplicación de las mismas fuerzas, produce distintas variaciones en la posición de la plataforma superior para distintas configuraciones estacionarias, y asimismo, cada configuración estacionaria tiene mayor sensibilidad a la aplicación de fuerzas en unas determinadas direcciones y puntos de aplicación.

6. Bibliografía

- [1] K. H. Hunt, "*Structural kinematics of in-parallel-actuated robot-arms*", *J. Of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, V. 105 (1983) pp.705-712.
- [2] J. García de Jalón y E. Bayo, *Kinematic and dynamic simulation of multibody systems*, Springer-Verlag, New York (1993).
- [3] I. Zabalza, *Síntesis cinemática y dinámica de mecanismos. Manipulador paralelo 6-RKS*, Tesis Doctoral en la Universidad Pública de Navarra (1999).
- [4] I. Zabalza, J. Ros, J.J. Gil, J.M. Pintor, J.M. Jimenez, *Análisis de fuerzas estáticas en un manipulador paralelo 6-rks tipo-Hunt modelado con coordenada naturales*, V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Madrid, (2002).
- [5] J. Aginaga, *Manipulador paralelo de motores asíncronos*, Proyecto Fin de Carrera en la Universidad Pública de Navarra (2004).