

SÍNTESIS DIMENSIONAL ÓPTIMA DE UNA VARIANTE DEL MECANISMO DE RETORNO RÁPIDO DE WHITWORTH

Isidro Zabalza, Valentín Benítez, Javier Ros y Jesús M. Pintor

Departamento de Ingeniería Mecánica Energética y de Materiales

Universidad Pública de Navarra

Campus Arrosadía 31006 Pamplona, Navarra, España. [izavi,....., jros, txma]@unavarra.es

RESUMEN

Entre las variantes de mecanismos de retorno de rápido de Whitworth hay una en la que la parte superior del eslabón oscilante va unido al eslabón corredera por medio de un par giratorio y la parte inferior de dicho eslabón está conectado al eslabón fijo o carcasa por medio de un par giratorio-prismático. Estos mecanismos se vienen utilizando desde hace muchos años en máquinas herramientas como la limadora y se han perfeccionado algo experimentalmente. En este trabajo se expone un método de optimización de las dimensiones de la variante del mecanismo citado con el fin de conseguir que el par motor máximo durante un giro completo de la manivela, impulsada por un motor eléctrico asíncrono a través de una cadena cinemática formada por poleas, volante y caja de cambios, sea mínimo. Este método comprende: Estudio cinemático utilizando el método de Newton-Raphson para determinar la posición definida por medio de coordenadas naturales y cálculo de velocidades por derivación de las condiciones de restricción. Simulación dinámica aplicando la corrección de Baumgarte para asegurar la convergencia de la integración numérica. Y optimización de las dimensiones del mecanismo utilizando el análisis de sensibilidad.

MECANISMO DE WHITWORTH

El mecanismo de Whitworth transforma un movimiento de entrada giratorio continuo en movimiento rectilíneo alternativo. Debido a la configuración del mecanismo, éste realiza la carrera de retorno en menor tiempo que la carrera que la carrera de ida, de ahí su nombre de retorno rápido. Por esta característica, se utiliza en máquina-herramienta aprovechando la carrera lenta para mecanizar y la rápida para volver a la posición inicial, reduciendo los tiempos muertos entre carreras de trabajo. El mecanismo de Whitworth originario (Fig. 1) está formado por:

- Un eslabón fijo "1" sobre el que van montados el resto de eslabones y que está formado por la carcasa de la máquina.
- Un eslabón oscilador "4" unido al fijo por medio de un par giratorio "A".
- Una manivela "2", unida al eslabón fijo por medio de un par giratorio "B", por la que se introduce el movimiento giratorio proveniente de un motor eléctrico.
- Una corredera "3" conectada con un par giratorio al extremo de la manivela y por medio de un par prismático al eslabón oscilador. Mediante esta corredera se transmite y transforma el movimiento giratorio continuo de la manivela a movimiento giratorio oscilante de eslabón oscilador.
- Un eslabón de salida "6" conectado al eslabón fijo por medio de un par prismático que le obliga a realizar un movimiento rectilíneo.
- Como el eslabón de salida realiza un movimiento rectilíneo y el extremo del eslabón oscilador realiza un movimiento curvilíneo, se introduce el eslabón acoplador "5", con pares giratorios en sus extremos, que transmite el movimiento del eslabón oscilador al eslabón de salida.

En este mecanismo, el punto de articulación "A" del eslabón oscilante "4" con el eslabón fijo se encuentra entre la corredera "3" y el par giratorio "D" de unión con el eslabón acoplador "5".

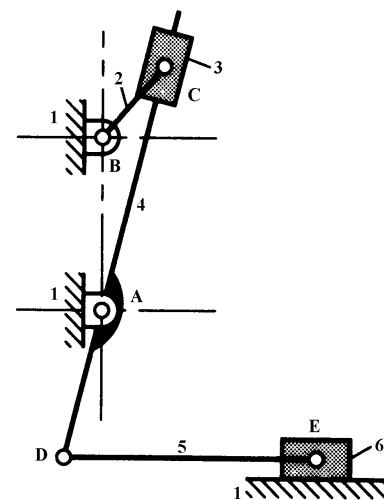


Fig. 1 Mecanismo de retorno rápido de Whitworth originario

Variantes del Mecanismo de Whitworth

Una primera variante de este mecanismo (Fig. 2) consiste en hacer que la corredera "3", que en mecanismo originario se mueve en las proximidades de un extremo del eslabón oscilante, pase a tener su movimiento en la parte central de dicho eslabón. De esta forma la corredera se encontrará entre las articulaciones "A" y "D".

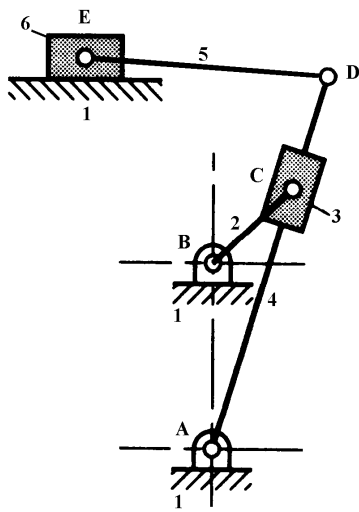


Fig. 2 Variante "1" del mecanismo de Whitworth

Una segunda variante del mecanismo de Whitworth (Fig. 3) se consigue haciendo que un extremo del eslabón oscilante "4" se conecte directamente al eslabón de salida "6". Como el eslabón de salida realiza un movimiento rectilíneo, el otro extremo del eslabón oscilante no puede ir conectado directamente al eslabón fijo por medio de un par giratorio. En este caso el eslabón oscilante se debe conectar al eslabón fijo por medio del eslabón acoplador "5" con pares giratorios en sus extremos.

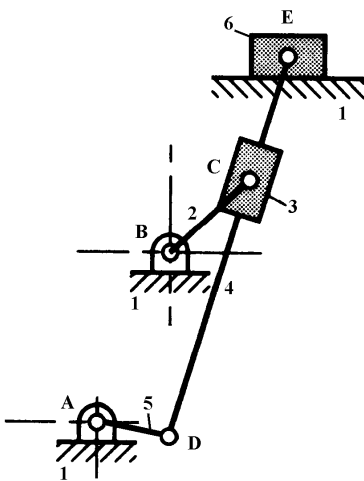


Fig. 3 Variante "2" del mecanismo de Whitworth

La tercera variante del mecanismo del mecanismo de Whitworth (Fig. 4) consiste en conectar un extremo del eslabón oscilante al eslabón fijo por medio de un par giratorio. Como el otro extremo del eslabón oscilante realiza un movimiento giratorio alternativo se debe conectar al eslabón de salida por medio de un par giratorio-prismático.

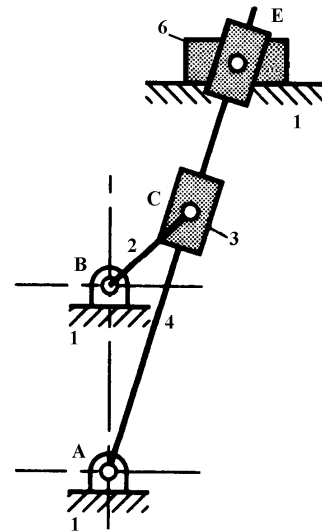


Fig. 4 Variante "3" del mecanismo de Whitworth

Finalmente, en la cuarta variante del mecanismo de Whitworth (Fig. 5), que es sobre la que se realizará la optimización dimensional por ser una configuración muy utilizada en la construcción de limadoras, el eslabón oscilante se conecta al eslabón de salida por medio de un par giratorio. En este caso el otro extremo del eslabón oscilante se conecta al eslabón fijo por medio de un par giratorio-prismático.

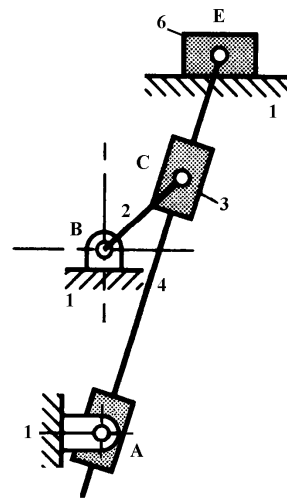


Fig. 5 Variante "4" del mecanismo de Whitworth

OPTIMIZACIÓN DEL MECANISMO

El diseño óptimo de un mecanismo se inicia con la definición de la función objetivo que valora el funcionamiento del mecanismo, en este caso, el par motor. La solución del problema será la configuración que minimice la función objetivo en relación con las variables de diseño. El problema puede tener ecuaciones de restricción, esto es,

igualdades o desigualdades que deben cumplir ciertas funciones de las variables de diseño. En este ejemplo, se toman como condiciones de restricción la carrera del eslabón de salida, su velocidad máxima durante la carrera de mecanizado, el coeficiente de regularidad de la velocidad angular de la manivela y la altura máxima del mecanismo.

La función objetivo normalmente depende de las variables de diseño no sólo de forma explícita, sino también implícitamente a través de los resultados del análisis cinemático y dinámico como: posiciones, velocidades, aceleraciones, fuerzas de restricción, etc.

Para la realización de la optimización del mecanismo se utilizarán las coordenadas naturales y se aplicará el método expuesto por García de Jalón y Bayo (1994).

Análisis Cinemático

La resolución del problema de optimización comienza por el estudio cinemático. Es decir, el cálculo de la posición, velocidad y aceleración de una serie de puntos característicos del mecanismo.

Sea "q" el vector de coordenadas naturales de los puntos característicos del mecanismo, "b" el vector de parámetros o variables de diseño y "Φ" el conjunto de restricciones geométricas que debe cumplir el mecanismo durante su funcionamiento.

Las restricciones geométricas del mecanismo se pueden escribir, de forma compacta, como:

$$\Phi(q, b, t) = 0 \quad (1)$$

La resolución del problema de posición consiste en determinar el vector "q" de coordenadas naturales que cumpla con las condiciones de restricción, para una determinada posición del eslabón de entrada.

Como las condiciones de restricción normalmente son no lineales, se utiliza en su resolución el método de linealización iterativo de Newton-Raphson. Con este método, se obtiene el vector de coordenadas naturales para una posición del mecanismo que cumple las restricciones geométricas, para una determinada posición del eslabón de entrada.

Para iniciar el método de Newton-Raphson se debe partir de un vector de coordenadas naturales aproximadas. Según sea ese vector inicial puede que el método no converja a una solución aceptable. En tal caso, se debe probar con otro vector inicial de coordenadas naturales, y así sucesivamente, hasta conseguir converger a una solución que represente una posición real del mecanismo. Un buen vector inicial suele ser el correspondiente a una posición real del mecanismo, y fácil de determinar, que sea próxima a la posición que se desea calcular.

Una vez resuelto el problema de posición, derivando las ecuaciones de restricción respecto del tiempo y suponiendo que los parámetros de diseño no varían con el tiempo, se obtiene:

$$\Phi_q \dot{q} + \Phi_t = 0 \quad (2)$$

ecuaciones que relacionan las velocidades de los puntos dados por las coordenadas naturales, para la posición determinada del mecanismo.

Volviendo a derivar las ecuaciones de restricción respecto del tiempo se obtiene:

$$\Phi_q \ddot{q} + \dot{\Phi}_q \dot{q} + \dot{\Phi}_t = 0 \quad (3)$$

ecuaciones que relacionan las aceleraciones de los puntos dados por las coordenadas naturales, para la posición determinada del mecanismo.

En las ecuaciones (2) y (3) "Φ_q" y "Φ_t" representan, la matriz jacobiana de las condiciones de restricción respecto de las coordenadas naturales y la derivada de esa matriz respecto del tiempo respectivamente, "q", "ḡ" y "ḡ" representan las posiciones, velocidades y aceleraciones de los puntos característicos del mecanismo, "Φ_t" representa la derivada explícita de las condiciones de restricción respecto del tiempo y Φ_t la derivada implícita de la anterior respecto del tiempo.

Análisis Dinámico

Una vez resuelto el problema cinemático, se aborda el problema dinámico, que es el estudio de las ecuaciones que relacionan las masas con la cinemática del mecanismo y con las fuerzas.

Debido a que el conjunto de coordenadas naturales no son independientes, se introducen los multiplicadores de Lagrange en las ecuaciones que relacionan las masas con las fuerzas y las aceleraciones. Las ecuaciones para el estudio dinámico son:

$$M \ddot{q} + \Phi_q^T \lambda = Q \quad (4)$$

donde "M" representa la matriz de masas, "Φ_q^T" la matriz jacobiana traspuesta, "λ" el vector de los multiplicadores de Lagrange y "Q" el vector de las fuerzas exteriores.

En el sistema (4) de "n" ecuaciones, se tienen "(n+m)" incógnitas: los "n" elementos de vector de aceleraciones más los "m" elementos del vector de los multiplicadores. Para poder resolver este sistema, se toman en consideración también las "m" ecuaciones cinemáticas (3) del cálculo de las aceleraciones, formando así un sistema de "n+m" ecuaciones con "n+m" incógnitas, que se puede expresar en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ -\dot{\Phi}_q \dot{q} - \dot{\Phi}_t \end{bmatrix} \quad (5)$$

Sistema de ecuaciones que sirve tanto para resolver el problema dinámico directo, en el que las incógnitas son las aceleraciones, como el dinámico inverso, en el que las incógnitas son las fuerzas.

Simulación dinámica

En el problema dinámico directo, para poder hacer una simulación dinámica en el tiempo, partiendo de una posición y velocidad dadas, se van integrando numéricamente las ecuaciones dinámicas para obtener las nuevas velocidades y posiciones. No obstante, esta integración puede no converger a la solución real y puede ir violando cada vez más las condiciones de restricción geométricas y de velocidades.

En este caso, para evitar este problema se utiliza el método de estabilización de Baumgarte (1972):

- Tomando las ecuaciones de restricción (1) y su primera y segunda derivada respecto del tiempo (2) y (3) respectivamente, se tendrá los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\Phi(q, t) = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\Phi}_q \dot{q} + \dot{\Phi}_t = 0 \quad (2)$$

$$\Phi_q \ddot{q} + \dot{\Phi}_q \dot{q} + \ddot{\Phi}_t = 0 \quad (3)$$

que esquemáticamente se pueden representar como:

$$\Phi = 0 \quad (6)$$

$$\dot{\Phi} = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{\Phi} = 0 \quad (8)$$

- Si se cumplen las condiciones de restricción de posición y de velocidad, " Φ " y " $\dot{\Phi}$ " serán iguales a cero, por lo que la ecuación (8) se puede escribir:

$$\ddot{\Phi} + 2\alpha \dot{\Phi} + \beta^2 \Phi = 0 \quad (9)$$

- Si al ir realizando la simulación dinámica, se van violando las condiciones de restricción de posición o de velocidad, el sistema de ecuaciones (9) deja de cumplirse. En ese momento, los parámetros " α " y " β " introducen una corrección, que hace que la integración converja a la solución real en la mayoría de los casos.

- Al introducir los parámetros " α " y " β " propuestos por Baumgarte, en la ecuación (5), el conjunto de ecuaciones cinemáticas y dinámicas queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q \\ g \end{bmatrix} \quad (10)$$

siendo:

$$g = -\dot{\Phi}_q \dot{q} - \ddot{\Phi}_t - 2\alpha(\Phi_q \dot{q} + \dot{\Phi}_t) - \beta^2 \Phi \quad (11)$$

Análisis de sensibilidad

Una vez resuelto el problema cinemático y dinámico del mecanismo, comienza la optimización, que consiste en minimizar o maximizar una cierta función objetivo que habrá definido el diseñador.

Para iniciar la optimización se realiza el análisis de sensibilidad propuesto por Chang y Nikravesh (1985), que determina la variación de la respuesta del mecanismo en relación con la variación de los parámetros de diseño.

En el estudio de la sensibilidad se parte de las ecuaciones de restricción (1) y se deriva respecto de los parámetros de diseño, obteniéndose:

$$\Phi_q q_b + \Phi_b = 0 \quad (12)$$

ecuaciones de las que se determina el vector " q_b " de sensibilidad de posición respecto de los parámetros de diseño, siendo " Φ_b " la matriz de derivadas de las ecuaciones de restricción respecto de los parámetros de diseño.

Derivando las ecuaciones que relacionan las velocidades (2) respecto de los parámetros de diseño se obtiene:

$$\Phi_q \dot{q}_b + \Phi_{qq} q_b \dot{q} + \Phi_{qb} \dot{q} + \Phi_{tq} q_b + \dot{\Phi}_{tb} = 0 \quad (13)$$

ecuaciones donde " Φ_{qq} " y " Φ_{qb} " son hipermatrices, resultado de derivar la matriz jacobiana respecto de las coordenadas dependientes y de las variables de diseño respectivamente, y " Φ_{tq} " y " Φ_{tb} " son las matrices de derivadas respecto de las coordenadas dependientes y de las variables de diseño respectivamente, del vector " Φ_t ". Con estas ecuaciones se determina el vector " q_b " de sensibilidad de las velocidades respecto de los parámetros de diseño.

Derivando respecto de los parámetros de diseño las ecuaciones que relacionan las aceleraciones (3) se obtiene:

$$\Phi_q \ddot{q}_b + \Phi_{qq} q_b \ddot{q} + \Phi_{qb} \ddot{q} + \dot{\Phi}_{qq} q_b \dot{q} + \dot{\Phi}_{qb} \dot{q} + \dot{\Phi}_q \dot{q}_b + \ddot{\Phi}_{tb} = 0 \quad (14)$$

ecuaciones que relacionan la sensibilidad de las aceleraciones respecto de los parámetros de diseño " \ddot{q}_b ", donde " Φ_{qq} ", " Φ_{qb} ", " Φ_q " y " Φ_{tq} " representan las derivadas respecto del tiempo de matrices ya conocidas.

En los párrafos anteriores se han estudiado las sensibilidades cinemáticas de posición y velocidad respecto de los parámetros de diseño, necesarias para determinar las sensibilidades en el problema dinámico. Tomando ahora la ecuación (4) de la dinámica del mecanismo y derivando respecto de los parámetros de diseño se obtiene:

$$M \ddot{q}_b + \Phi_q^T \lambda_b = Q_b + Q_q q_b + Q_q \dot{q}_b - M_b \ddot{q} - \Phi_{qq}^T q_b \lambda - \Phi_{tb}^T \lambda \quad (15)$$

ecuaciones que relacionan las sensibilidades cinemáticas con las de los multiplicadores de Lagrange y las fuerzas, y en las que " λ_b " es la matriz de derivadas de los multiplicadores respecto de las variables de diseño, " Q_b ", " Q_q " y " Q_q " son las matrices de derivadas de las fuerzas exteriores respecto de las variables de diseño, de las coordenadas y de las velocidades y " M_b " es la hipermatriz de las derivadas de la matriz de masas respecto de las variables de diseño.

La ecuación anterior (15), junto con la de sensibilidad de aceleraciones (14) se puede escribir en forma compacta como:

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_b \\ \lambda_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q} \\ \bar{Q} \end{bmatrix} \quad (16)$$

donde:

$$\bar{Q} = Q_b + Q_q \dot{q}_b + Q_{\dot{q}} \ddot{q}_b - M_b \ddot{q}_b - \Phi_{qq}^T q_b \lambda - \Phi_{qb}^T \lambda \quad (17)$$

$$\bar{g} = -\Phi_{qq} q_b \ddot{q}_b - \Phi_{qb} \ddot{q}_b - \dot{\Phi}_{qq} q_b \dot{q}_b - \dot{\Phi}_{qb} \dot{q}_b - \dot{\Phi}_q q_b - \dot{\Phi}_{\dot{q}} q_b - \Phi_{\dot{q}} \quad (18)$$

Con el sistema de ecuaciones (16) se pueden obtener, en cada caso, distintas sensibilidades, dependiendo de cuales sean incógnitas.

Una vez se han obtenido las sensibilidades de posición, velocidad, aceleración, multiplicadores de Lagrange, masas y fuerzas exteriores respecto de los parámetros de diseño, se puede calcular la sensibilidad de la función objetivo respecto de dichos parámetros. Ello proporcionará información para saber cómo se deben variar los parámetros o variables de diseño con el fin de conseguir que la función objetivo sea máxima o mínima; bien paso a paso, o aplicando algoritmos de optimización.

EJEMPLO NUMÉRICO

En este punto se expone el ejemplo realizado por Benítez (1998) sobre un modelo de limadora, tomando la variante "4" del mecanismo de Whitworth con los siguientes datos:

- Accionamiento por motor asíncrono de 1.1 Kw.
- Velocidad nominal del motor de 1500 r.p.m.
- Reducción de velocidad entre motor y eslabón de entrada 60.
- Fuerza de corte 400 N.

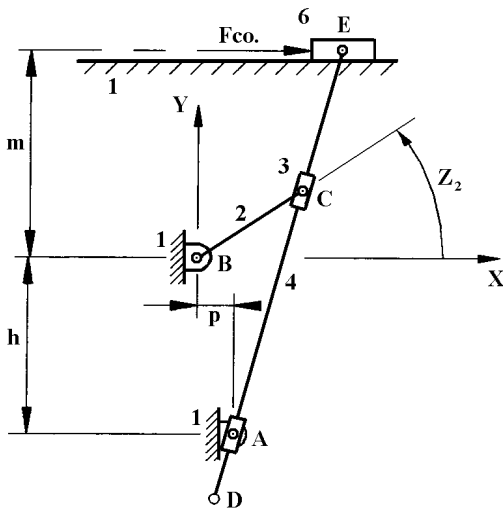


Fig. 6 Mecanismo de Whitworth a optimizar

En el que las variables de diseño (Fig. 6) son: $b^T = \{h, m, p, L_2, L_4\}$

Con las restricciones siguientes:

- Carrera 600 milímetros.
- Carrera de corte 550 milímetros.
- Velocidad de corte inferior a 40 m/min.
- Coeficiente de regularidad del motor 1.5%.
- Altura máxima del mecanismo 1.5 metros.

Tomando como origen de coordenadas el punto "B", las condiciones de restricción geométrica (1) serán las siguientes:

$$(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2 - L_2^2 = 0 \quad (19)$$

$$(X_E - X_D)^2 + (Y_E - Y_D)^2 - L_4^2 = 0 \quad (20)$$

$$(X_E - X_C) \cdot (Y_E - Y_D) - (X_E - X_D) \cdot (Y_E - Y_C) = 0 \quad (21)$$

$$(X_E - X_C) \cdot (Y_E - Y_A) - (X_E - X_A) \cdot (Y_E - Y_C) = 0 \quad (22)$$

$$Y_E - m = 0 \quad (23)$$

$$Y_A + h = 0 \quad (24)$$

$$X_A - p = 0 \quad (25)$$

Las condiciones de restricción (19) y (20) indican las longitudes constantes de los eslabones "2" y "4" respectivamente. La (21) y (22) indican que los puntos "E", "C", "A" y "D" se encuentran en línea recta y la (23), (24) y (25) indican que la coordenada "y" del punto "E" y las dos coordenadas del punto "A" son constantes durante el funcionamiento del mecanismo.

Teniendo en cuenta las masas, centros de gravedad y momentos de inercia de los eslabones "2", "4" y "6" se determina la matriz de masas del mecanismo.

Las fuerzas exteriores serán: la fuerza de corte (Fco.) durante la carrera de mecanizado y el par motor a lo largo de todo el ciclo.

El par motor de un motor asíncrono es función de la velocidad de giro. Según Zabalza (1999), el par real de un motor asíncrono de 1.1 Kw. (Fig. 7), se puede ajustar por la siguiente ecuación:

$$\text{PAR} = -\frac{33.1 \cdot S^3 + 117.67 \cdot S}{-4 \cdot S^4 + 12.56 \cdot S^2 + 1} \quad (26)$$

siendo "S" el deslizamiento del campo magnético del motor:

$$S = (1500 - \text{Velocidad del motor}) / 1500 \quad (27)$$

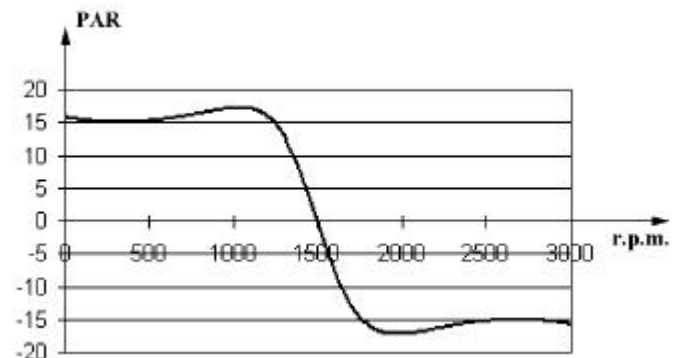


Fig. 7 Diagrama de par del motor asíncrono

Tomando como variables de diseño iniciales las siguientes dimensiones en milímetros:

$$b^T = \{350, 200, 0, 168, 727\}$$

se realiza la simulación dinámica siguiendo los pasos siguientes:

- Cálculo de posición. Dada la posición del eslabón de entrada, se obtiene la posición de los puntos definidos por las coordenadas naturales:

$$Z_2 \longrightarrow x_i, y_i$$

- Cálculo de velocidades. Una vez determinada la posición del mecanismo, con la velocidad angular del eslabón de entrada, se calculan las velocidades de los puntos característicos del mecanismo:

$$\omega_2, x_i, y_i \longrightarrow \dot{x}_i, \dot{y}_i$$

- Cálculo dinámico directo. Conocidas la posición, velocidades, fuerzas exteriores y PAR que actúan sobre el mecanismo, se determinan las aceleraciones de los puntos característicos:

$$x_i, y_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, F_{co.}, PAR \longrightarrow \ddot{x}_i, \ddot{y}_i$$

- Simulación dinámica. Con las velocidades y aceleraciones en un instante, se determinan las posiciones y velocidades en el instante siguiente:

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + \ddot{x}_i \Delta t \quad (28)$$

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \ddot{y}_i \Delta t \quad (29)$$

$$x_{i+1} = x_i + \dot{x}_i \Delta t \quad (30)$$

$$y_{i+1} = y_i + \dot{y}_i \Delta t \quad (31)$$

- En la nueva posición, y con las nuevas velocidades, se determina el ángulo y la velocidad angular de la manivela, la fuerza de corte y el PAR:

$$x_{i+1}, y_{i+1} \longrightarrow Z_2, \omega_2$$

$$Z_2 \longrightarrow F_{co.}$$

$$\omega_2 \longrightarrow PAR$$

- Se continúa con la simulación dinámica hasta obtener el máximo módulo del par, bien sea positivo o negativo. En esa posición se calcula la sensibilidad del PAR respecto de las variables de diseño, esto es:

$$\frac{dPAR}{dh}, \frac{dPAR}{dm}, \frac{dPAR}{dp}, \frac{dPAR}{dL_2}, \frac{dPAR}{dL_4}$$

- Se toman unas nuevas variables de diseño de forma que si el PAR es positivo, tienda a disminuirlo y si es negativo tienda a aumentarlo, siendo la variación del PAR:

$$\Delta PAR = \frac{dPAR}{dh} \Delta h + \frac{dPAR}{dm} \Delta m + \frac{dPAR}{dp} \Delta p + \frac{dPAR}{dL_2} \Delta L_2 + \frac{dPAR}{dL_4} \Delta L_4 \quad (32)$$

- Debido a las condiciones de restricción que debe cumplir el mecanismo (carrera de 600 milímetros y eslabón "4" suficiente largo para llegar del punto "E" al "A"), resulta que las longitudes "L₂" y "L₄" vienen impuestas por las otras variables de diseño y se tiene:

$$\Delta L_2 = f_1(\Delta h, \Delta m, \Delta p) \quad (33)$$

$$\Delta L_4 = f_2(\Delta h, \Delta m, \Delta p) \quad (34)$$

- Se eligen unas variaciones: Δh , Δm y Δp . Se calculan las variaciones: ΔL_2 y ΔL_4 y se comprueba la variación del PAR con la ecuación (32) para comprobar si varía en el sentido deseado.

- Siguiendo un proceso iterativo de simulación dinámica, se calcula la sensibilidad del PAR y la modificación de las variables de diseño hasta conseguir que la sensibilidad del PAR respecto de las variables de diseño en la posición en que se dé el Par máximo sea cero, momento en el que se habrán logrado las dimensiones óptimas.

Siguiendo el proceso expuesto en los párrafos anteriores se ha llegado a unas dimensiones óptimas:

$$b^T = \{230, 805, 20, 224, 1186\}$$

para las que el par motor máximo ha pasado de 3.05 a 1.55 N.m, con una reducción del 49%.

REFERENCIAS

Baumgarte, J., 1972, "Stabilization of Constraints and Integrals of Motion in Dynamical Systems", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 1, pp. 1-16.

Chang, C. O. and Nikravesh, P. E., 1985, "Optimal Desing of Mechanical Systems with Constraint Violation Stabilization Method", Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Desing, Vol. 107, pp. 493-498.

García de Jalón, J. y Bayo, E., 1994, "Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems", New York, Springer-Verlag.

Benítez, V., 1998, "Optimización del Mecanismo de una Limadora", Proyecto Fin de Carrera, Departamento de Ingeniería Mecánica Energética y de Materiales, Universidad Pública de Navarra, España.

Zabalza, I., 1999, "Síntesis Cinemática y Dinámica de Mecanismos. Manipulador Paralelo 6-RKS", Tesis Doctoral, Departamento de Ingeniería Mecánica Energética y de Materiales, Universidad Pública de Navarra, España.